Evolução do conceito de número

10 maio 2022

Maria Helena Martinho

FUNDAÇÃO CALOUSTE GULBENKIAN

Universidade do Minho
Instituto de Educação

IE UMinho 47 anos
1975 | 2022

O que é o número?

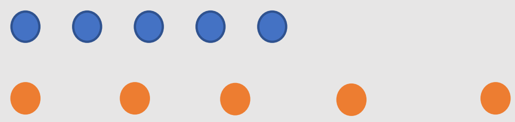
Número — objeto abstrato ou entidade matemática que nos permite essencialmente contar e ordenar um conjunto de coisas.

contar — característica cardinal do número (número de elementos num conjunto)

ordenar — característica ordinal do número (lugar que ocupa um elemento)

Construção do conceito de número:

- Classificação e ordenação
- Conservação da quantidade



(Uma criança que considera que o grupo de baixo tem mais elementos porque é maior, é porque não adquiriu o princípio da conservação; não estabelece correspondência um-a-um)

- Coordenação entre o caráter ordinal e cardinal do número
- Composição e decomposição numérica

Numeração — permite enunciar, expressar, representar os números

Conjunto de símbolos e códigos com os quais podemos comunicar uns com os outros

Evolução do conceito de número e da sua representação

O número sempre esteve presente nas civilizações, desde as mais primitivas.

Cada civilização tratava o número de forma diferente.

Vocabulário para um, dois e muitos

Sistema gestual de comunicação

Contagem com marcações na pedra

...

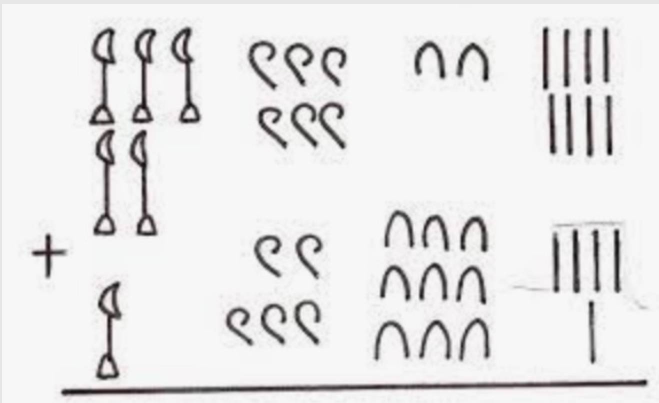
NÚMEROS E REGULARIDADES
ENSINO BÁSICO

Símbolo Egípcio	Número na nossa notação
𓏺	1
𓎆	10
𓍢	100
𓆼	1 000
𓂭	10 000
𓆐	100 000
𓁨	1 000 000

Civilização egípcia

Escrita hieroglífica com apenas sete símbolos.

Contavam até nove milhões, novecentos e noventa e nove mil, nove centos e noventa e nove. 9 999 999



$$\begin{array}{r} 5628 \\ +\ 1595 \\ \hline 7223 \end{array}$$

Civilização sumério-babilónica

Sistema de numeração com apenas dois símbolos a que, mais tarde, acrescentaram outro.

Representavam qualquer quantidade mesmo não inteira.

 Unidade

 Dezena

 Zero

Civilização sumério-babilónica

Usavam um sistema de valor posicional, de base 60.

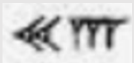
54x60 + 2 = 3240 + 2

54x60 + 5 = 3240 + 5

Civilização sumério-babilónica

Usavam um sistema de valor posicional, de base 60.

Fragilidades:

Por exemplo, 

podia representar 23, 23x60, 23x60x60 ou mesmo 23/60

Isto tornava difícil a compreensão, tinha que se perceber através do contexto em que surgia

Civilização sumério-babilónica

Usavam um sistema de valor posicional, de base 60.

Nota:

- o tempo é medido na base 60

  1 hora são 60 minutos, 1 minuto são 60 segundos

Civilização romana

Sistema pouco conseguido.

Muitos símbolos e muitas regras.

C M X C I X 999

(1000-100) (10-1)

(100-10)

1	I
2	II
3	III
4	IV
5	V
6	VI
7	VII
8	VIII
9	IX
10	X
50	L
100	C
500	D
1000	M

Para cima de 1000 ficaria o símbolo com um traço horizontal $\overline{IX}$ significa 9000

Civilização hindu-árabe

Inicialmente, criaram símbolos para representar do número 1 ao número 9.

Criaram também os símbolos para as dezenas, do 10 ao 90.

Abandonaram estes das dezenas e substituíram pelo valor posicional.

Criaram o zero

Cada símbolo não tem um valor absoluto mas relativo, de acordo com a posição em que se encontra.

Chinesa

Os chineses também criaram um sistema de numeração posicional, tal como os árabes.

Para isso também precisaram de um símbolo para o zero.

Que números conhecemos?

Números naturais

1, 2, 3, 4, 5, 6, …..

Números inteiros

…. -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, …

Números racionais

números que sejam quociente de dois inteiros, por exemplo, 1/3, 2/5, -7/2, …, incluindo também todos os inteiros

Ainda podemos considerar outros números como

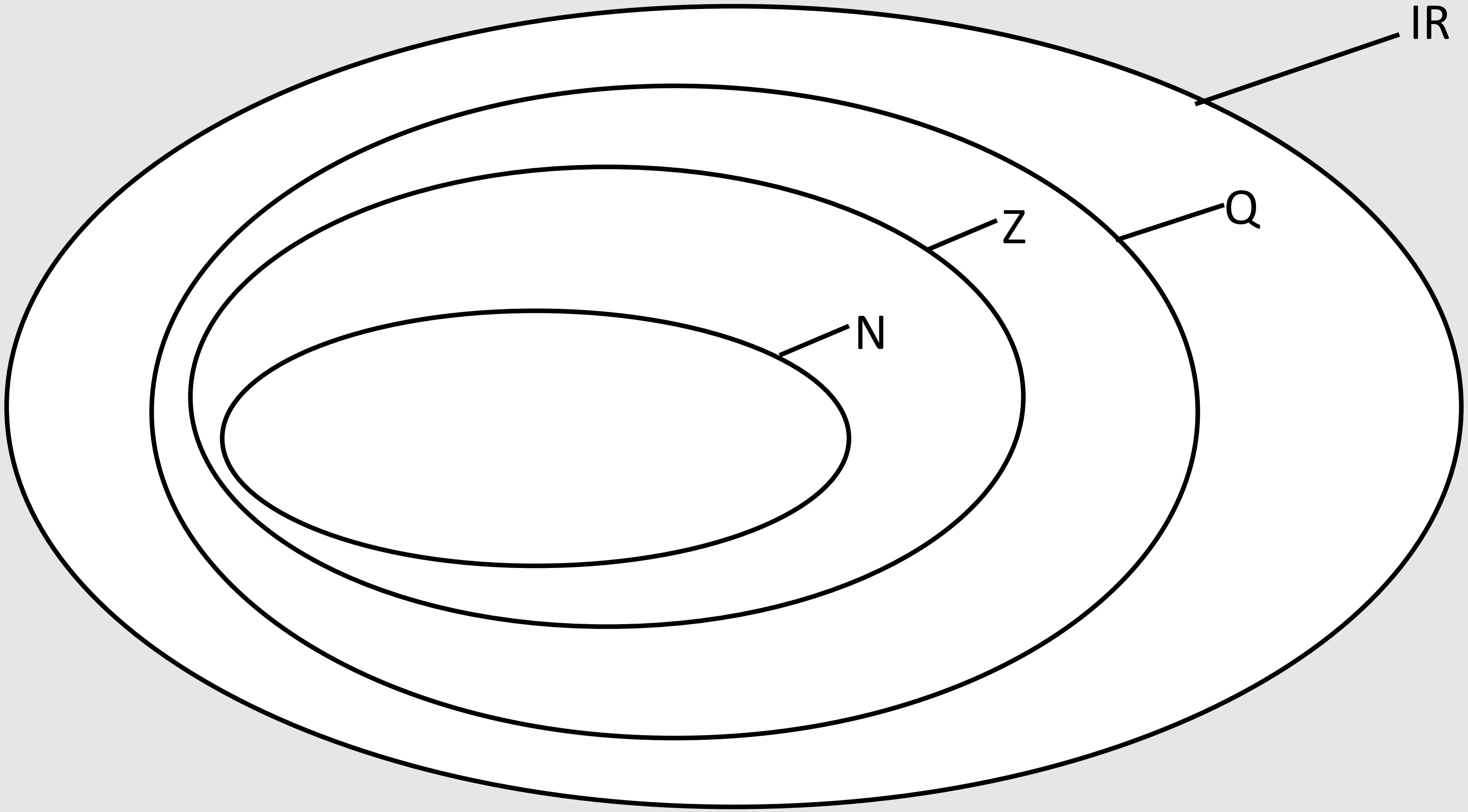
Números reais

que inclui todos os racionais e ainda as dízimas infinitas não periodicas como π, $\sqrt{2}$, -$\sqrt{5}$, …

Números complexos

para além de todos os reais, ainda inclui, or exemplo, 5i, -3i

…


IR
Q
Z
N

O número cinco

Conceito de número cinco ≠ representação de número cinco

O número cinco é uma noção que existe na nossa cabeça.

Representações do número cinco:

Os cinco sentidos

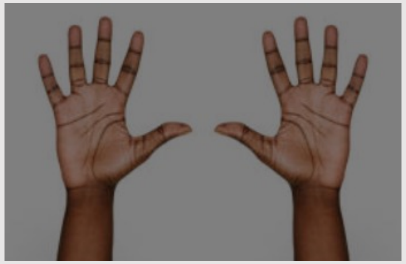
5

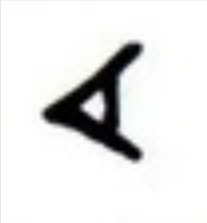
cinco

V

O número dez

Várias representações:





X

10 dez

1 dezena

Voltemos à nossa numeração, numeração árabe

Temos então 10 símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

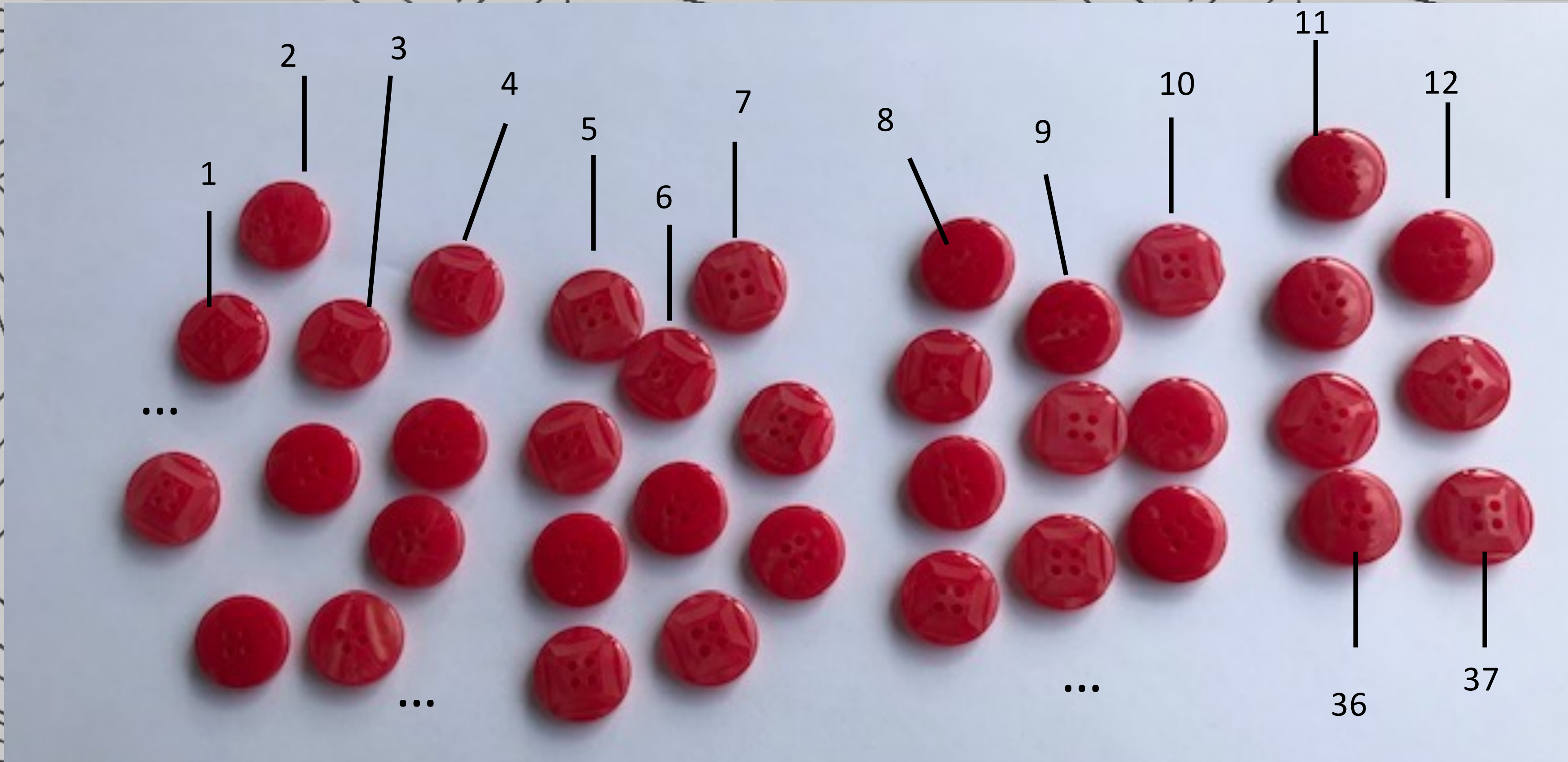
Com estes símbolos escrevemos qualquer número respeitando o valor posicional

O número seguinte, 9+1 já não tem um símbolo para o representar, assim passa a ser o símbolo 1 mas numa posição diferente. Para se perceber que está numa outra posição acrescenta-se o 0. Fica então representado por 10.

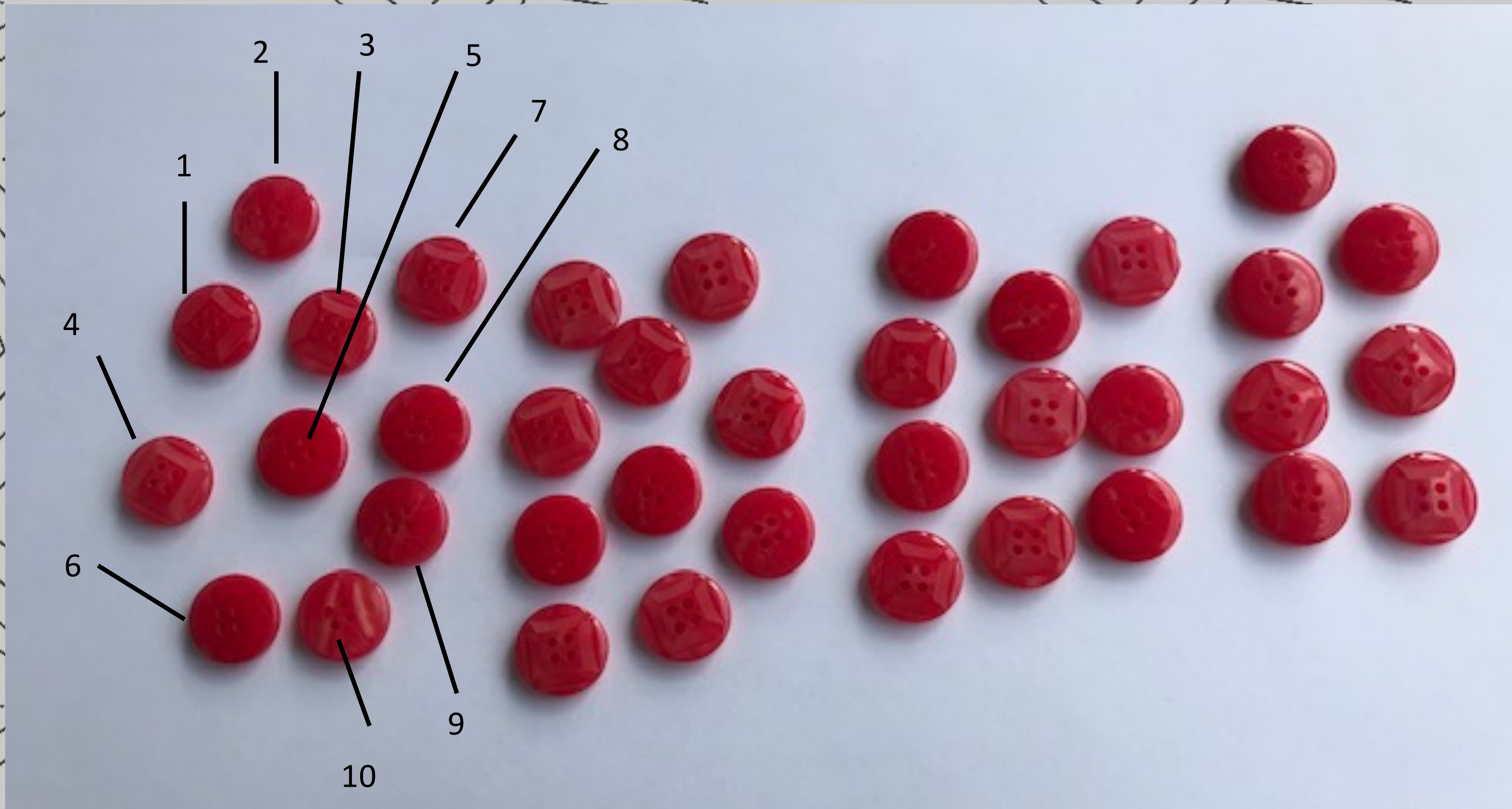
Segue-se o 11, 12, ..., 18, 19 como não temos mais símbolos, volta ao zero mas altera-se o algarismo da esquerda, de 1 passa para 2. Assim sucessivamente, até ao 99, quando se precisa de mais uma posição e fica o 100.

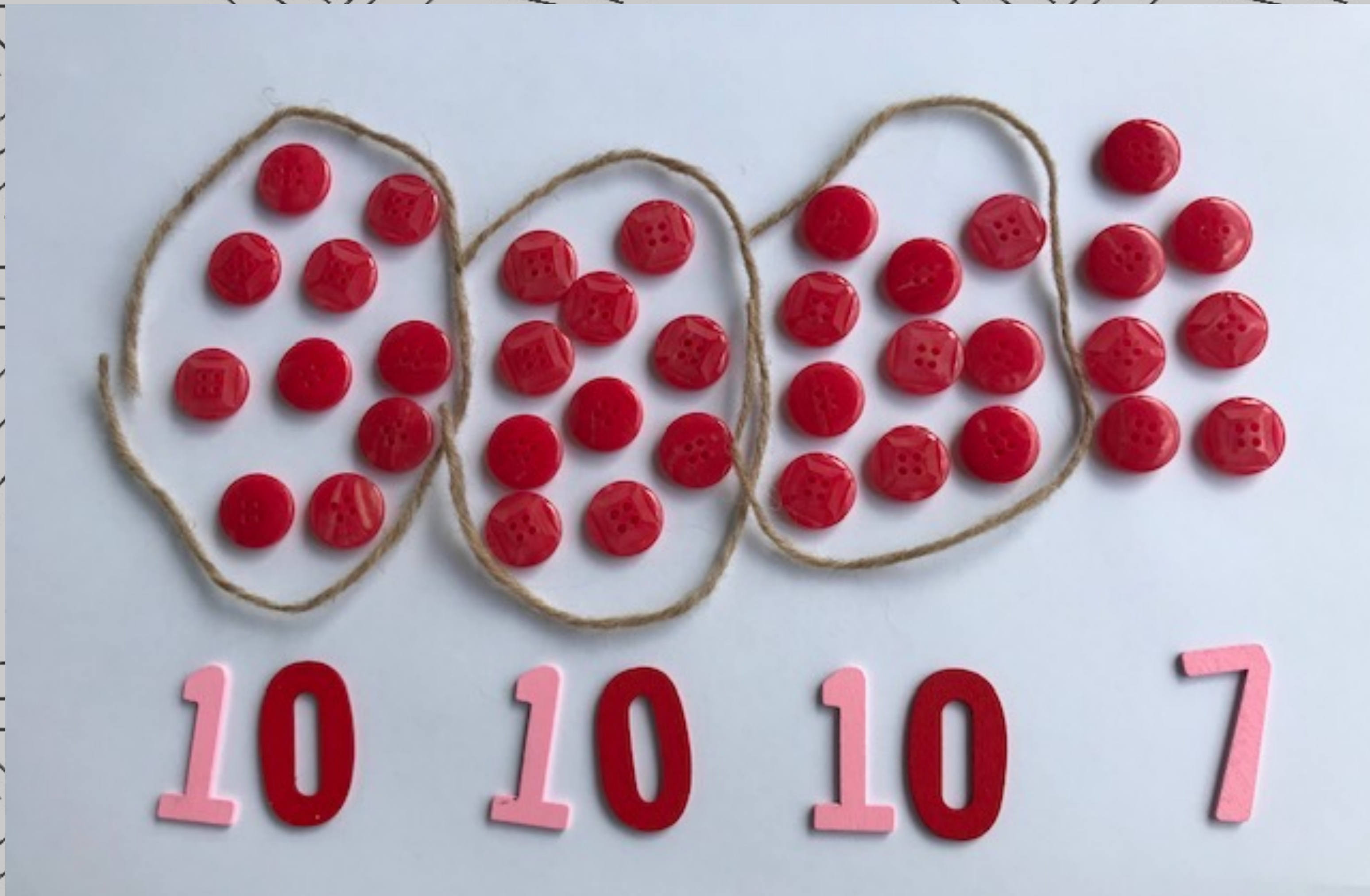
(...)

Quantos são os botões?



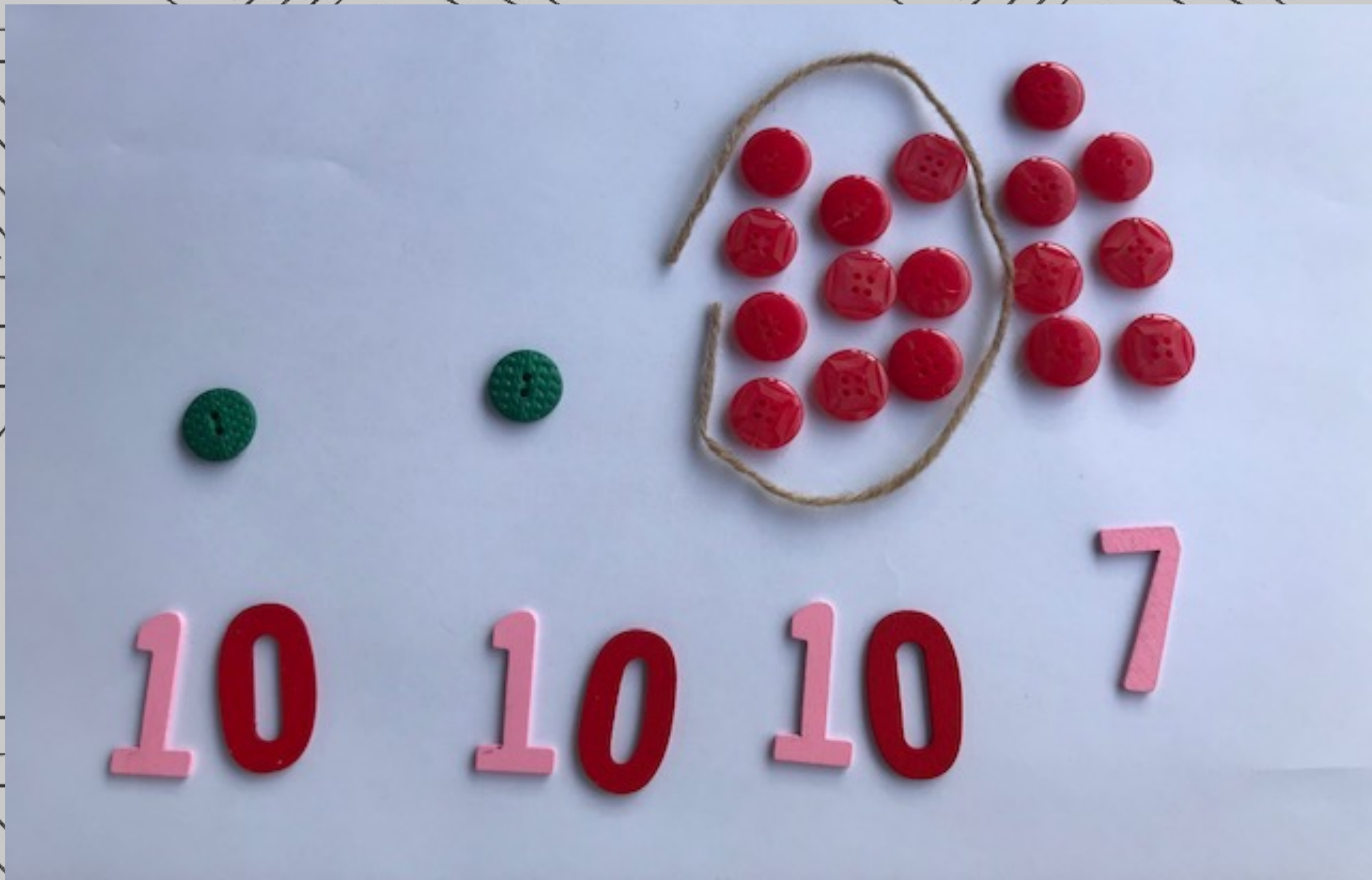
Por correspondência um-a-um, chegamos a 37 botões.


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10


10
10
10
7

Uma unidade

Uma dezena
ou dez unidades

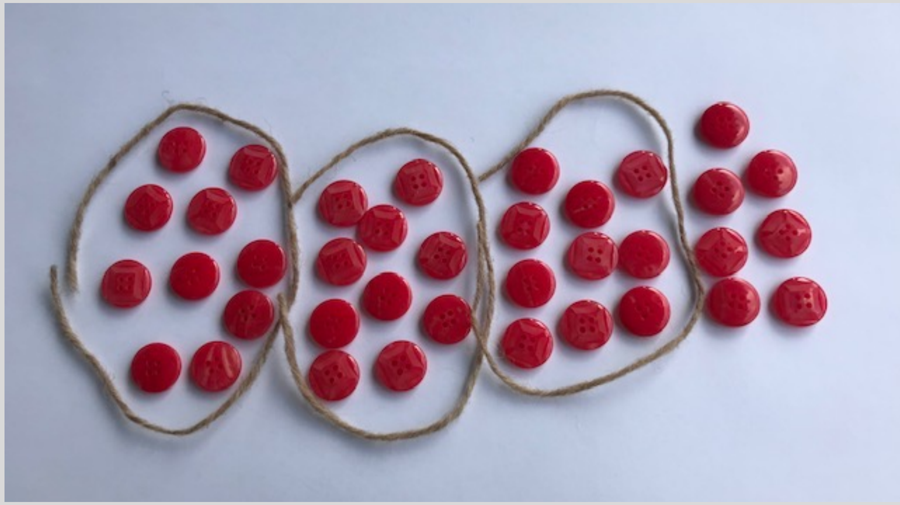


Uma unidade

Uma dezena
ou dez unidades

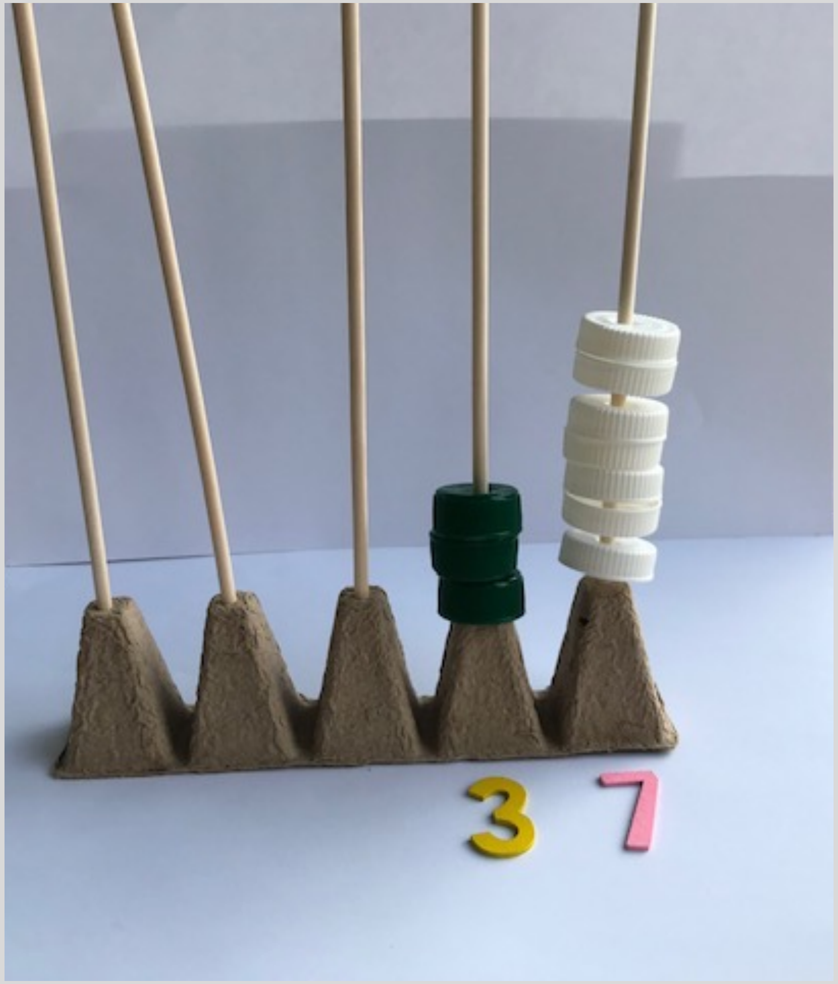
Uma unidade

Uma dezena
ou dez unidades



37 unidades

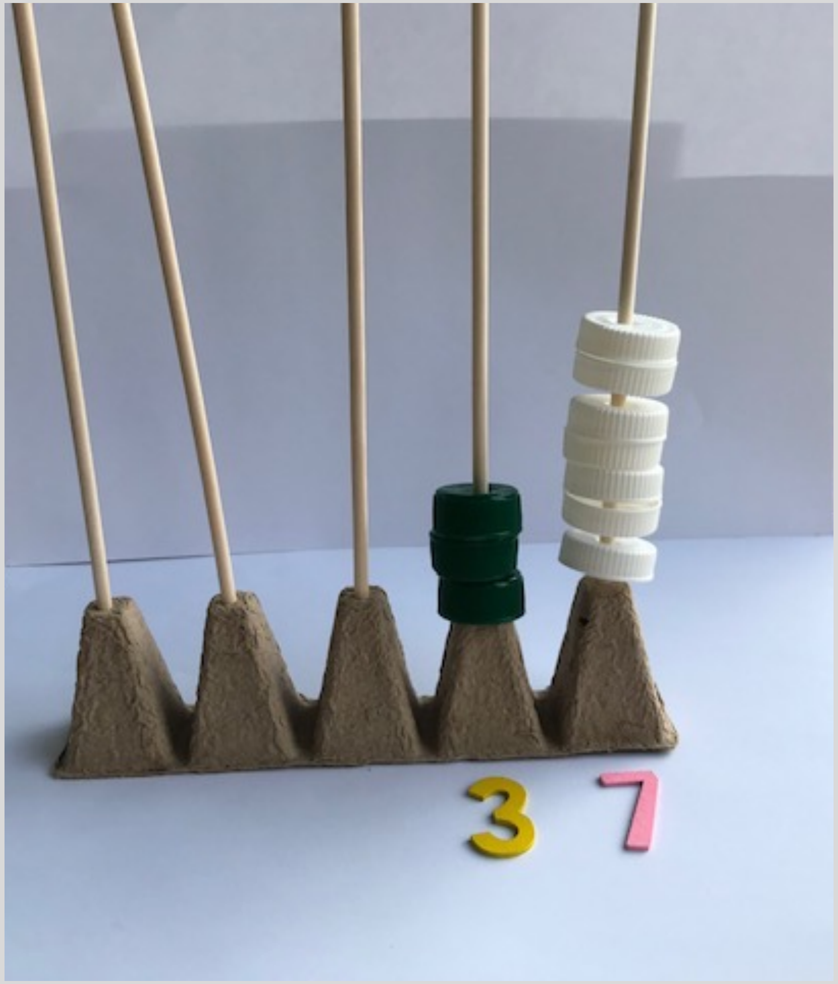
3 dezenas e 7 unidades



37 unidades

3 dezenas e 7 unidades

$37 = 3 \times 10 + 7$



247 unidades

2 centenas, 4 dezenas e 7 unidades

$$247 = 2 \times 100 + 4 \times 10 + 7$$

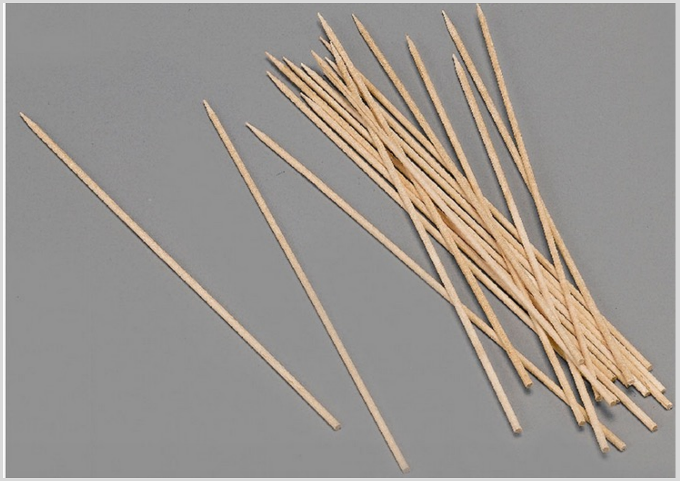
459 unidades

4 centenas, 5 dezenas e 9 unidades

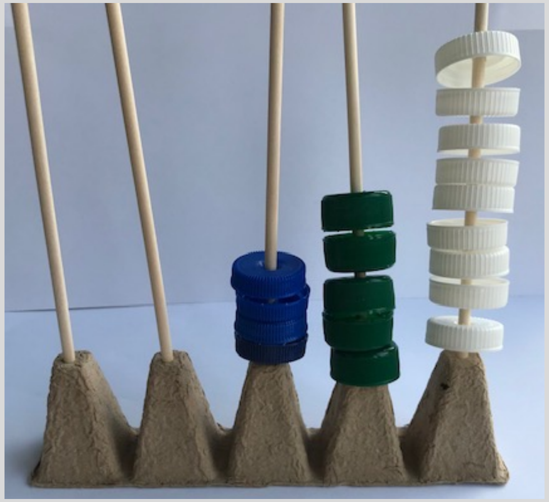
459 = 4 x 100 + 5 x 10 + 9

Construção de um ábaco

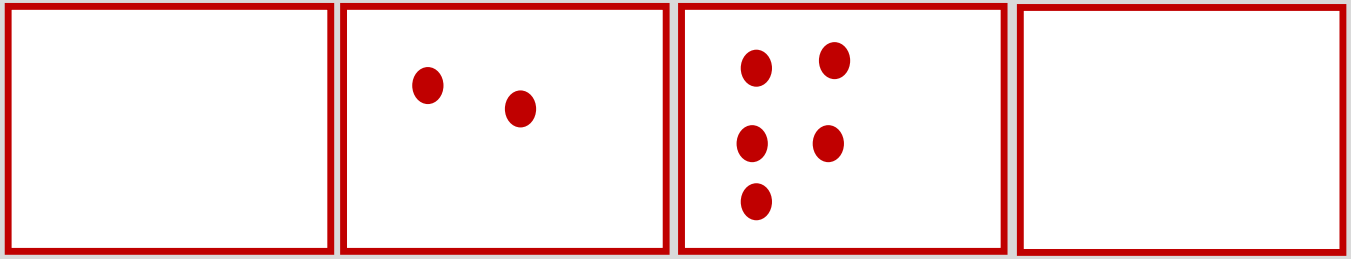
Material



Construção



Outro “ábaco"



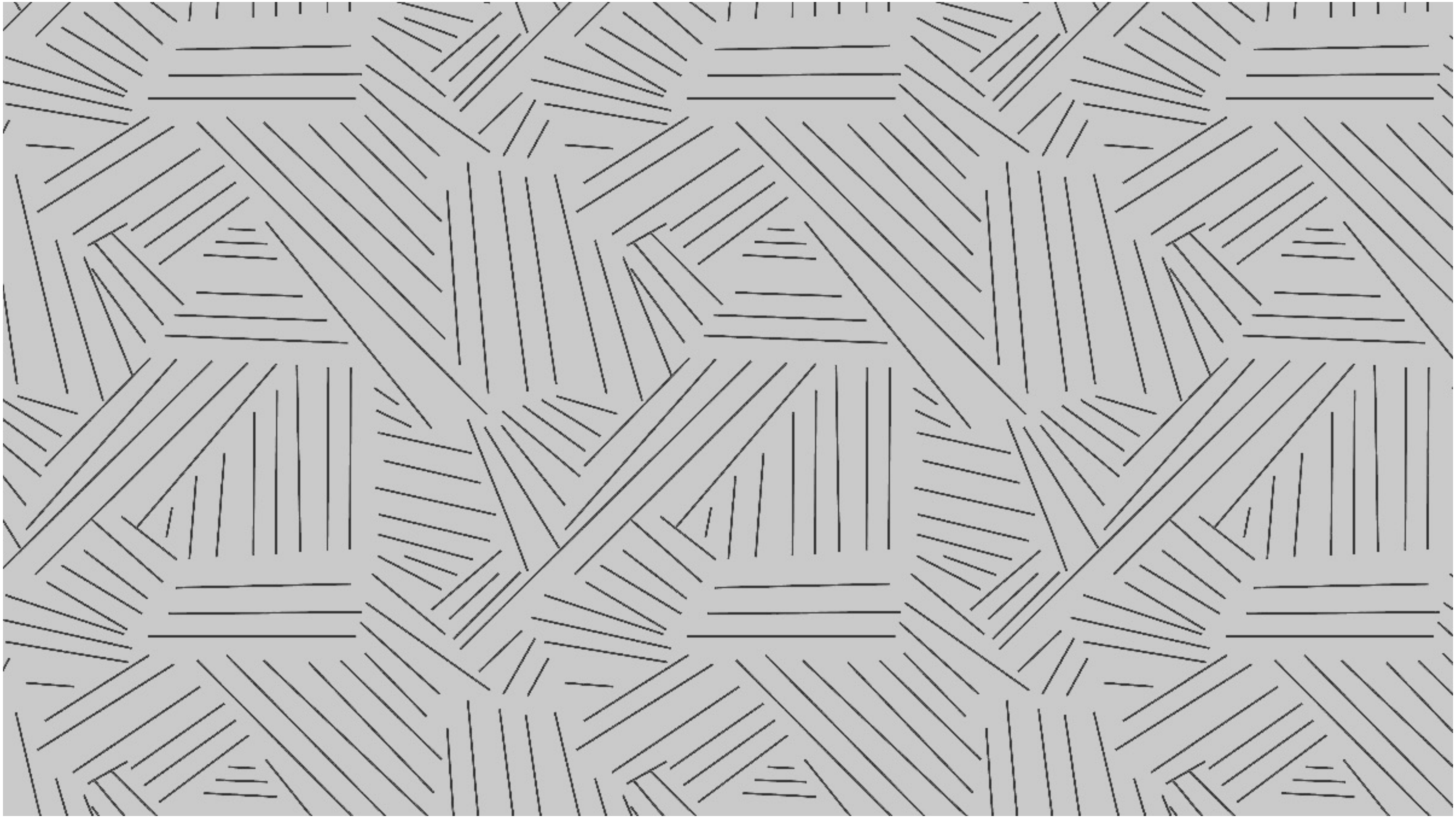
centenas dezenas unidades

2 5 0

Material: caixas e contas/feijões

Tarefa a realizar:

Construção de um ábaco



Problema 1 — Que vou vestir?

O Ana está indecisa sobre a roupa que vai vestir.

Tem 4 t-shirts e 3 saias para escolher. Quantas combinações diferentes é possível formar com uma peça de cada tipo?

Mostra como chegaste à tua resposta.

Problema 1 — Que vou vestir?

A Ana pode combinar as saias e as t-Shirts de 12 formas diferentes.

$4x3=12$

Problema Nº 01

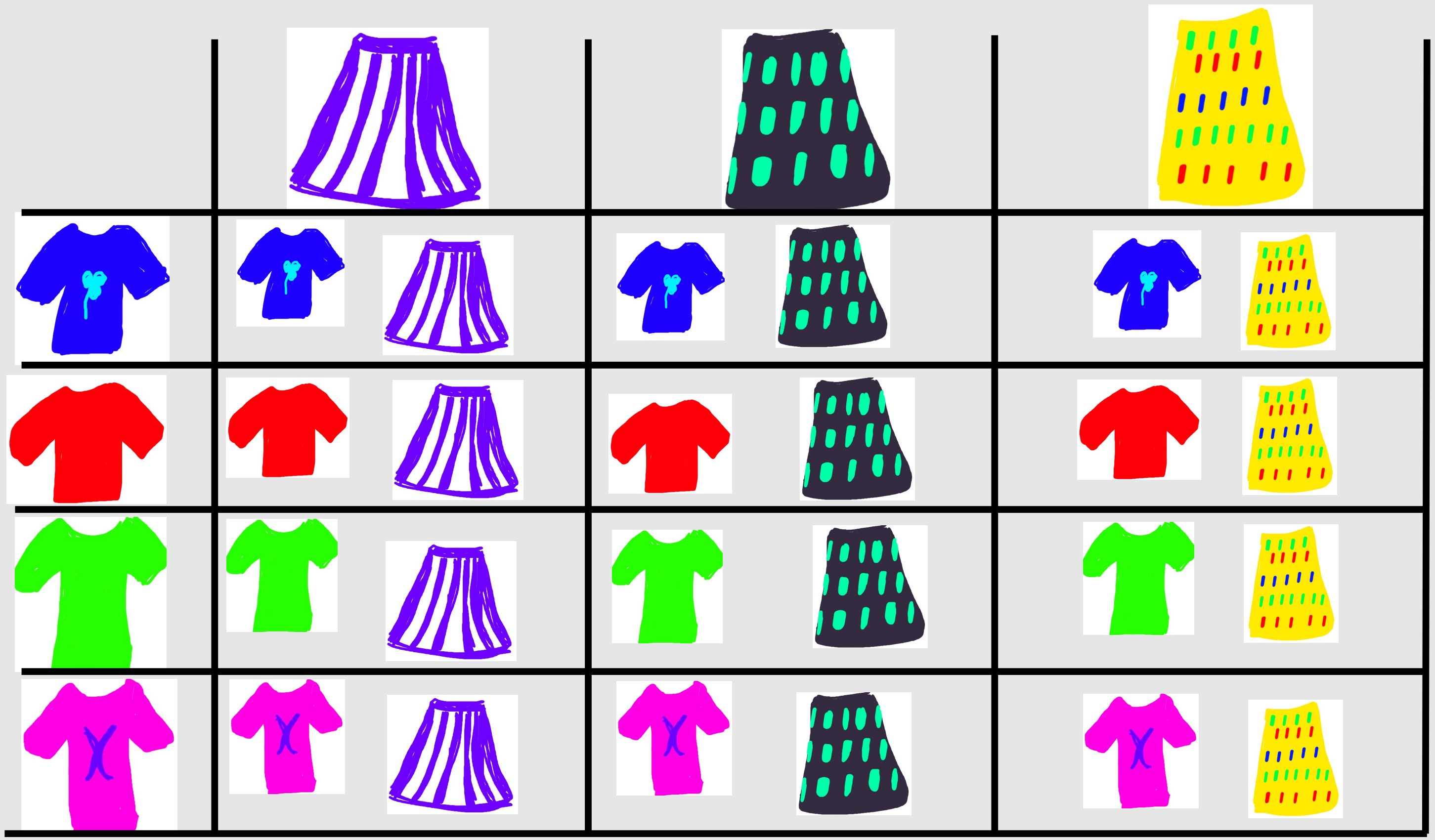
	T-Shirt Azul	T-Shirt vermelha	T-Shirt verde Flor	T-Shirt Rosa
Saia Lilas	X	X	X	X
Saia Preto verde	X	X	X	X
Saia a cores	X	X	X	X

Isto é mesmo que ter 3 saias vezes 4 T-shirts é igual a 12 trajes diferentes, portanto $2 \times 3 = 6$

R: A Ana pode combinar de 12 formas diferentes.

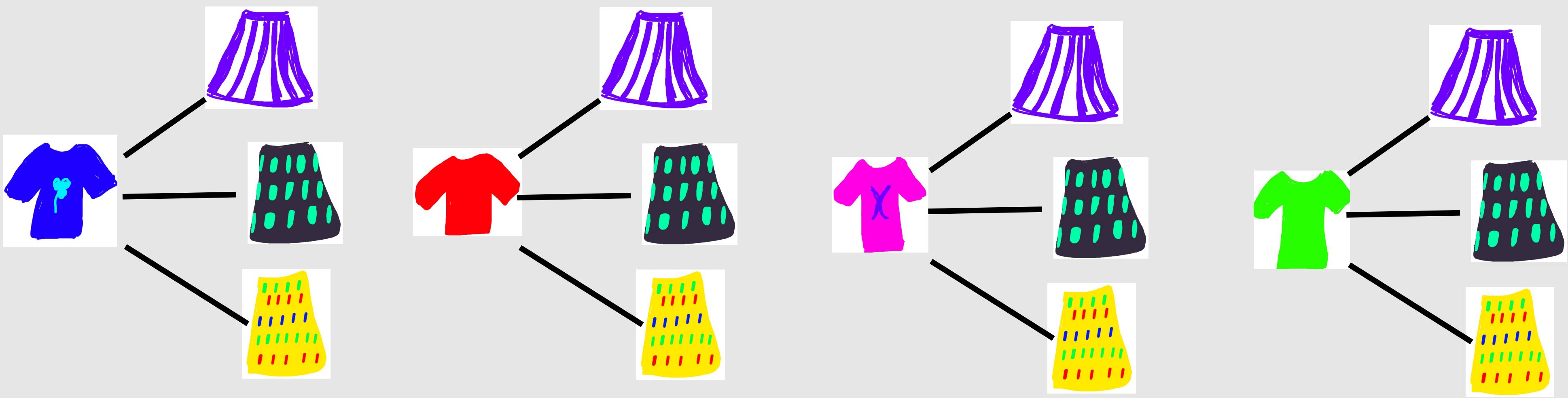
???

Problema 1 — Que vou vestir?



4x3=12

Problema 1 — Que vou vestir?



A Ana pode combinar as saias e as t-Shirts de 12 formas diferentes.

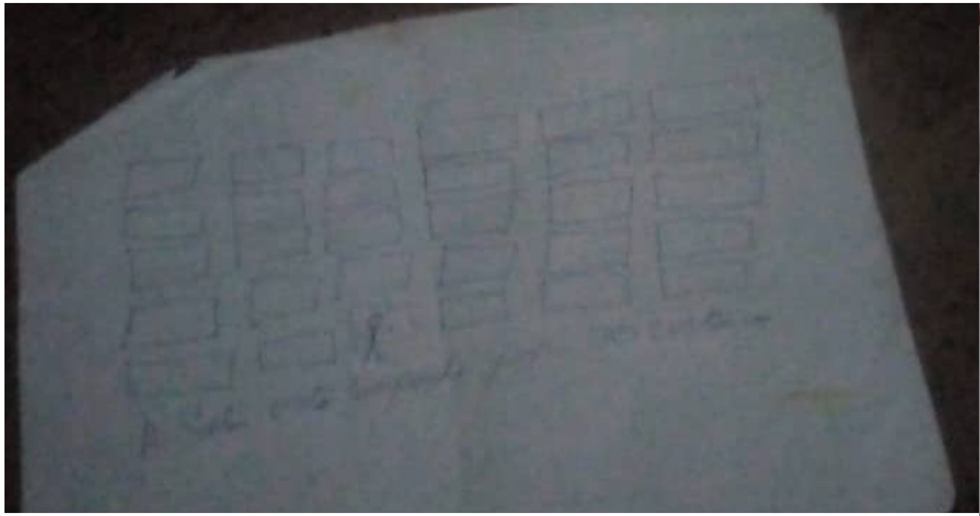
4x3=12

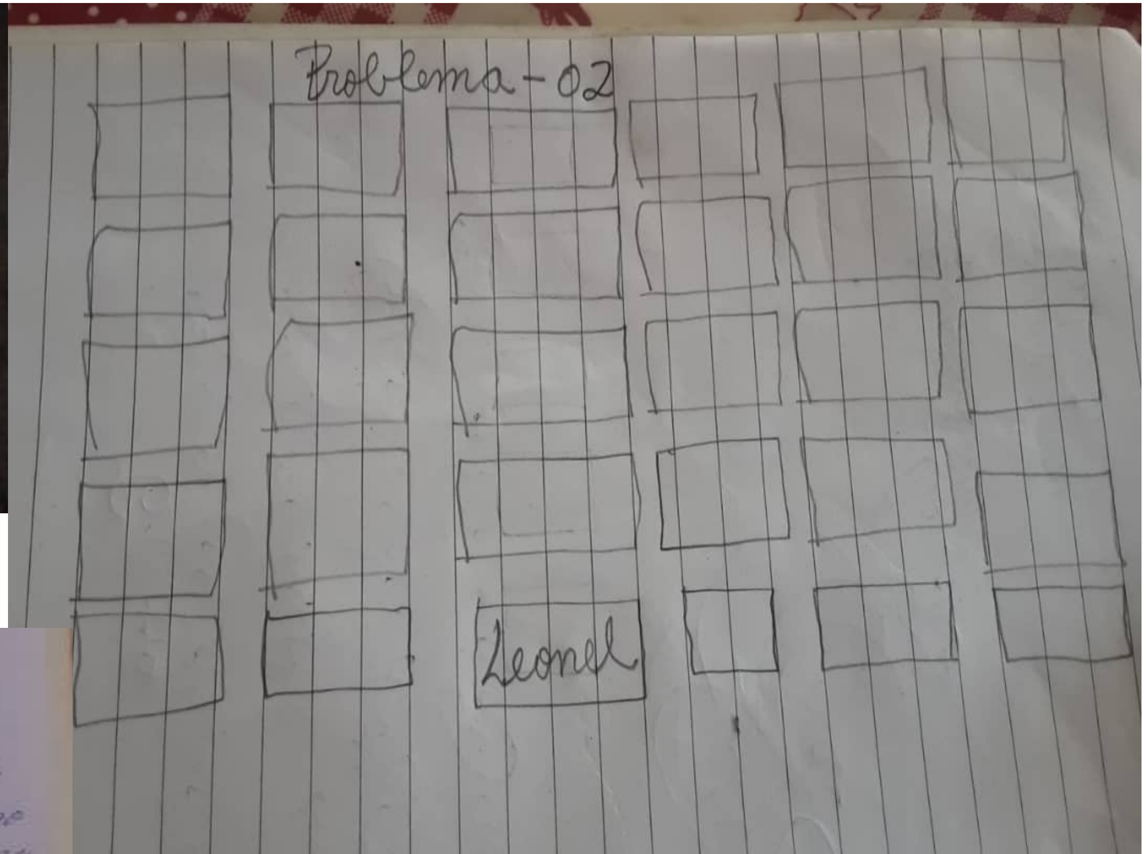
Problema 2 — A sala de aula

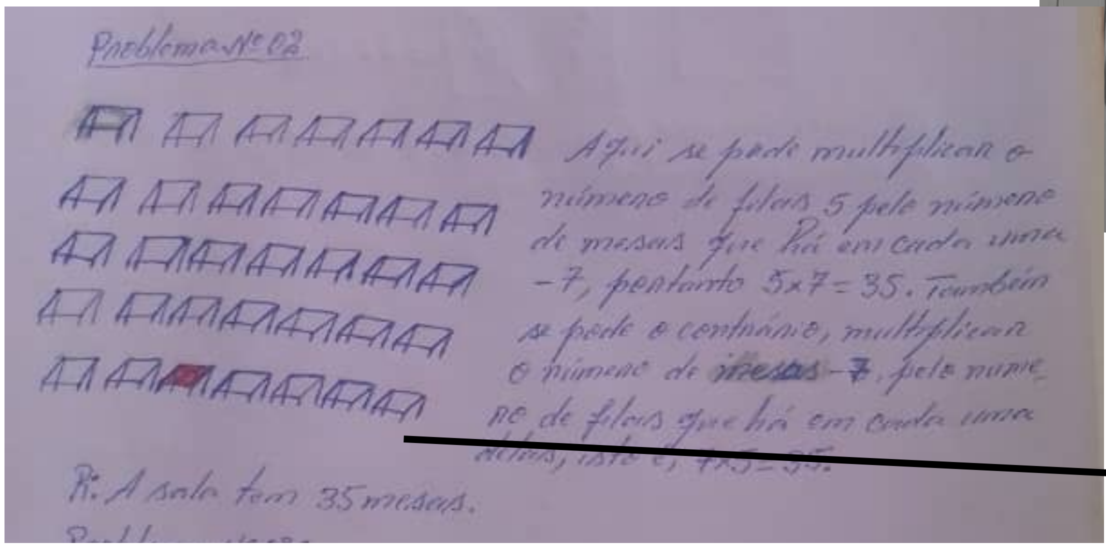
As mesas de uma sala de aula são individuais e estão arrumadas em filas. Todas as filas têm o mesmo número de mesas. O Leonel senta-se na quinta fila a contar da frente. Do seu lado direito existem mais três carteira e do esquerdo duas. Não há mesas atrás do Leonel.

Quantas mesas tem a sala?

Mostra como chegaste à tua resposta, faz um desenho.







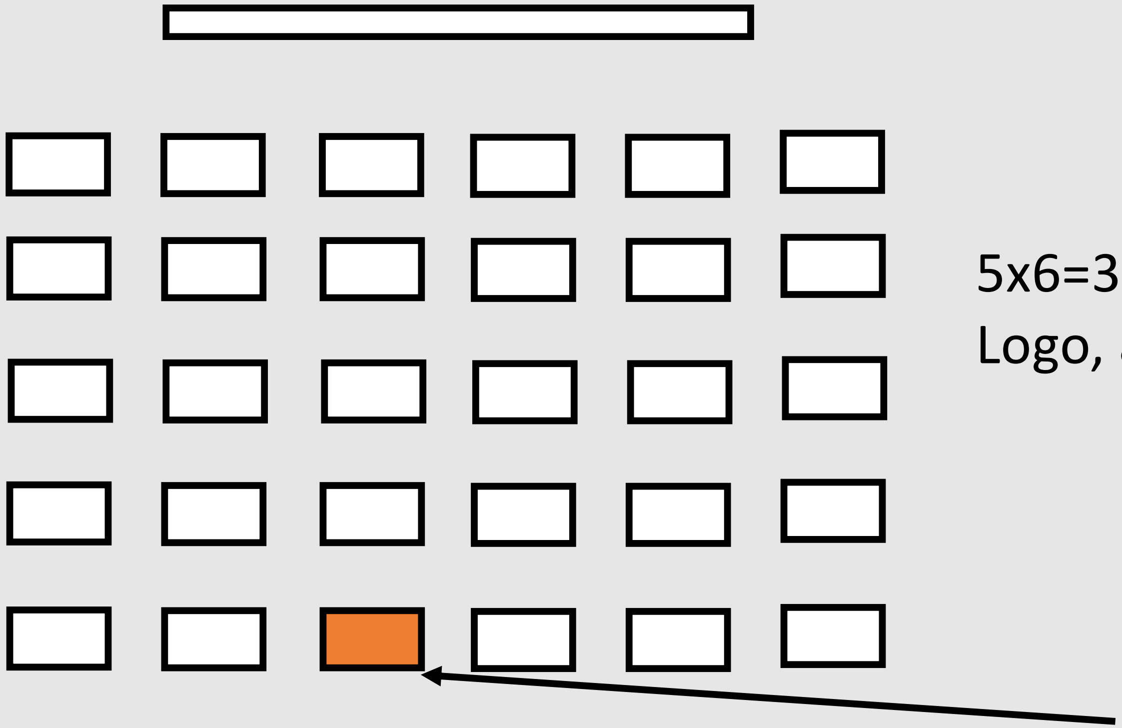
Problema Nº 02

Aqui se pode multiplicar o número de filas 5 pelo número de mesas que há em cada uma -7, portanto 5×7=35. Também se pode o contrário, multiplicar o número de mesas -7, pelo número de filas que há em cada uma delas, isto é, 7×5=35.

R: A sala tem 35 mesas.

Neste caso o Leonel tem quatro mesas à sua direita

Problema 2 — A sala de aula



$5 \times 6 = 30$

Logo, a sala tem 30 mesas.

Lugar do Leonel

Problema 3 — Distribuição das maçãs

A Teresa encontrou-se com uns amigos e levou um saco com 12 maçãs. Distribuiu as maçãs pelos amigos, dando exatamente o mesmo número de maçãs a cada um.

De quantas maneiras diferentes podia a Teresa distribuir as maçãs? Quantos seriam os amigos?

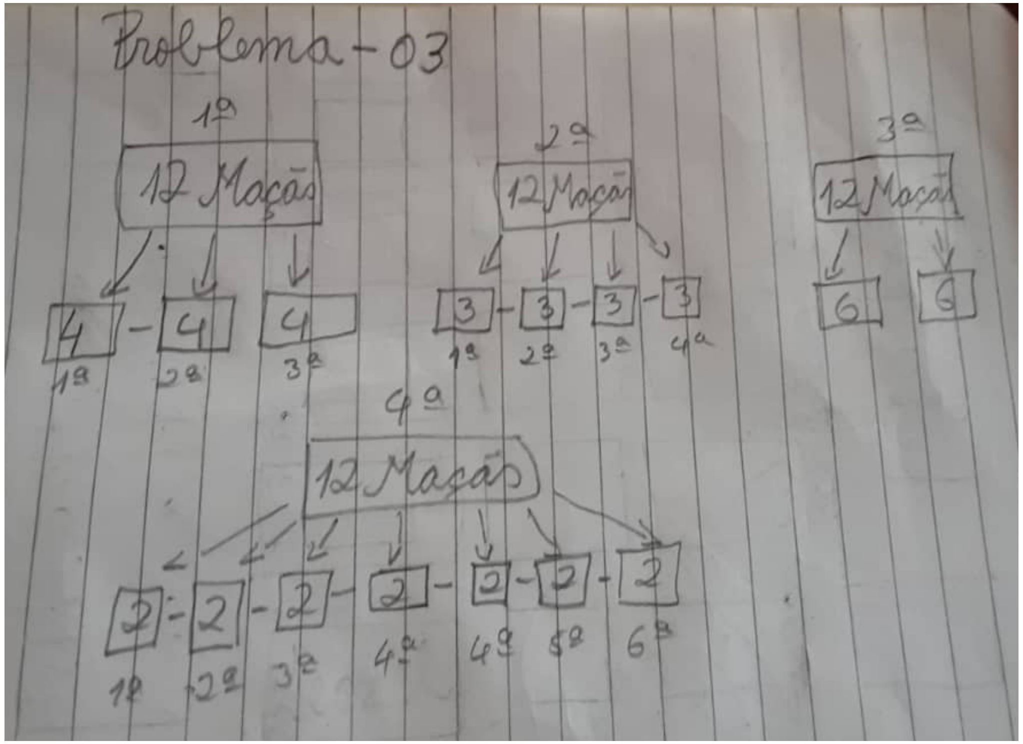
Mostra como chegaste à tua resposta, usando palavras, ou desenhos, ou esquemas, ou contas.

Problema Nº 03:

$12 \div 2 = 6$; $12 \div 3 = 4$; $12 \div 4 = 3$; $12 \div 6 = 2$ e $12 \div 12 = 1$

pode dividir 12 maçãs para 2, 3, 4, 6 e 12 amigos de forma igual.

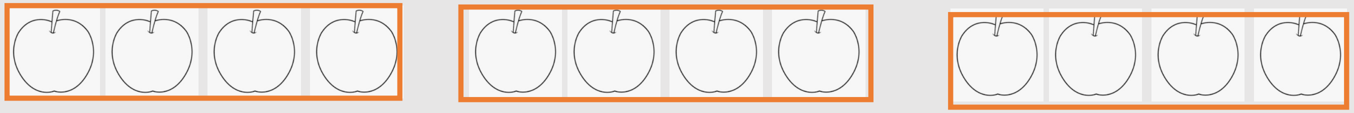
R: A Teresa distribuiu maçãs de 5 maneiras diferentes. E seriam 2 amigos, 3 amigos, 4 amigos, 6 amigos e 12 amigos.



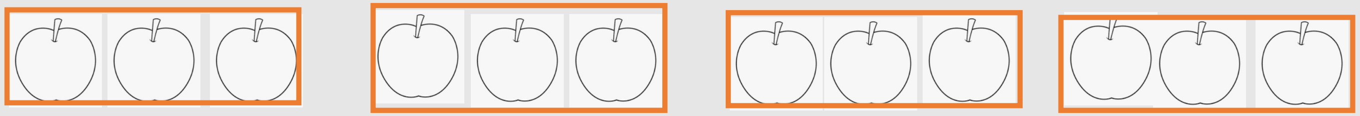
Problema 3 — Distribuição das maçãs

saco com 12 maçãs

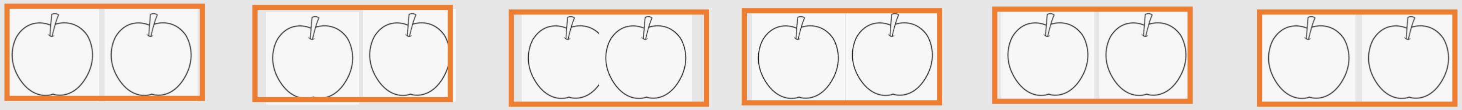
Pode dar quatro a cada amigo, se forem 3 amigos



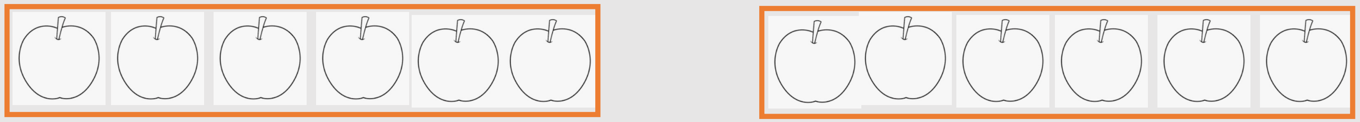
Pode dar três a cada amigo, se forem 4 amigos



Pode dar duas a cada amigo, se forem 6 amigos



Pode dar seis a cada amigo, se forem 2 amigos

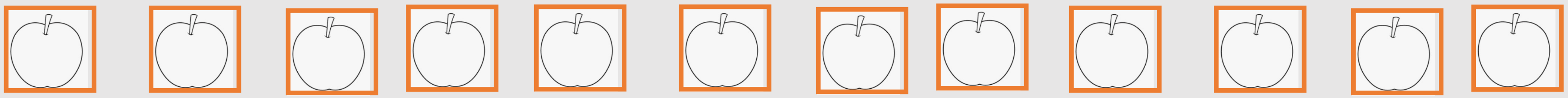


Problema 3 — Distribuição das maçãs

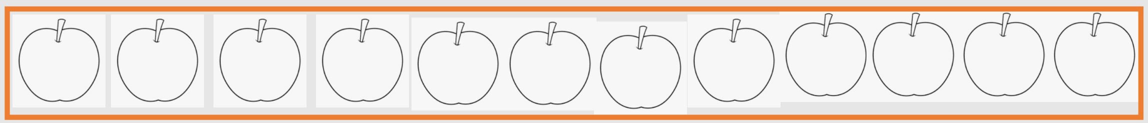
saco com 12 maçãs

Ainda...

Pode dar uma a cada amigo, se forem 12 amigos

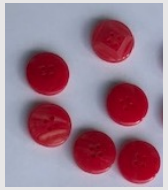


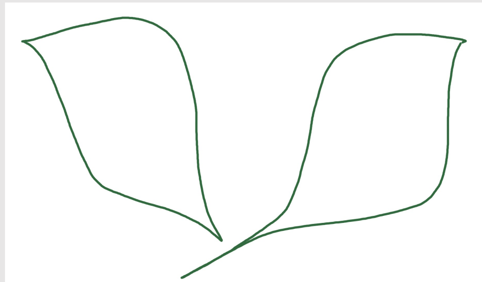
Pode dar doze a cada amigo, se for apenas 1 amigo



Problema 4 — Distribuição das joaninhas

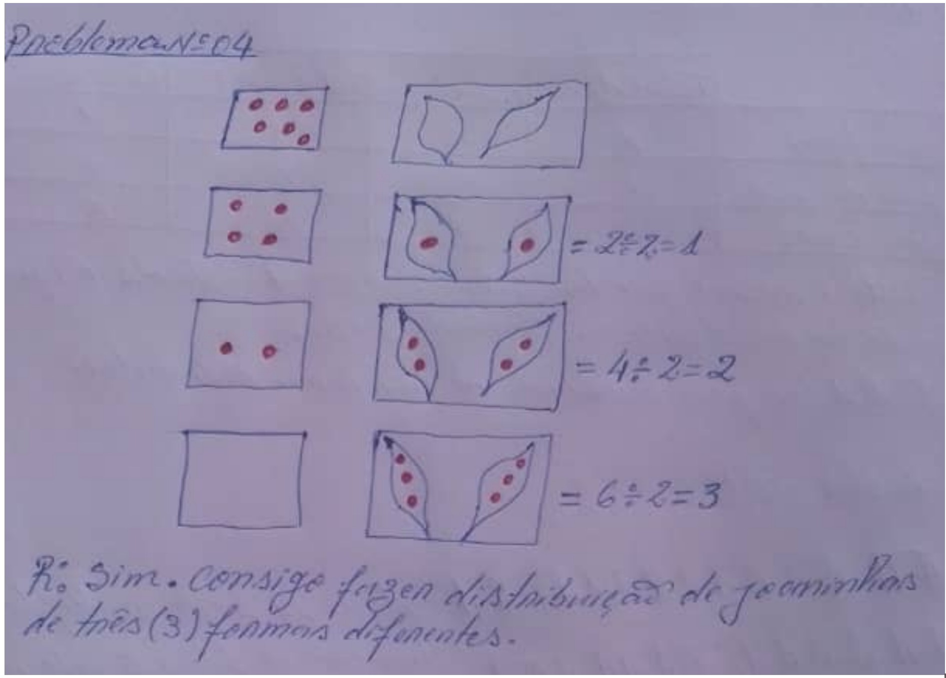
[Material: duas folhas de planta e seis feijões ou botões para cada criança a representar as joaninhas]

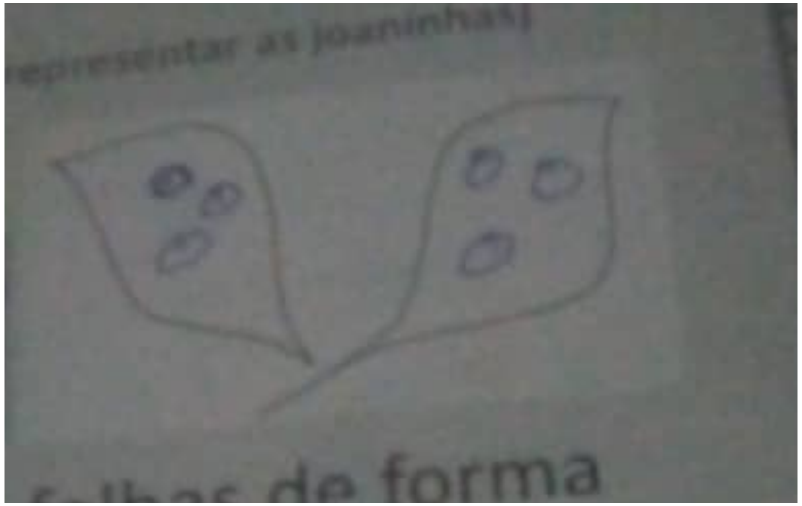


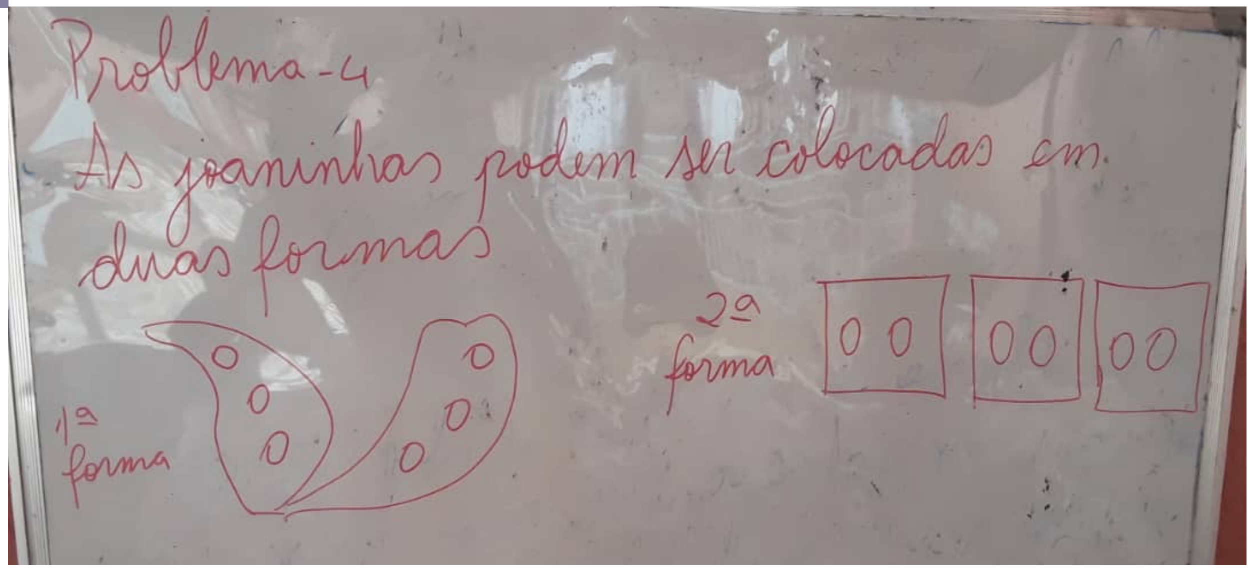


Como podemos distribuir as joaninhas pelas duas folhas de forma igual?

Consegues colocar todas as joaninhas nas folhas de outra forma? De quantas formas diferentes o consegues fazer?

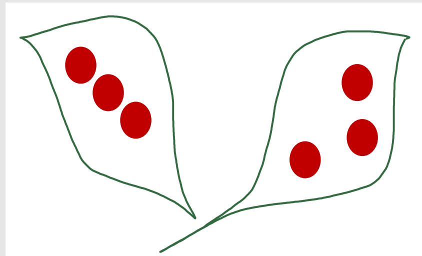

Problema Nº 04
= 2÷2=1
= 4÷2=2
= 6÷2=3
R: Sim. consigo fazer distribuição de joaninhas de três (3) formas diferentes.


representar as joaninhas)
de forma


Problema-4
As joaninhas podem ser colocadas em duas formas
2ª forma
1ª forma

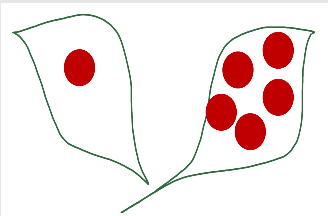
Problema 4 — Distribuição das joaninhas

distribuir as joaninhas pelas duas folhas de forma igual:

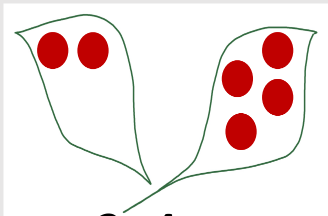


Consegues colocar as joaninhas nas folhas de outras formas? Sim

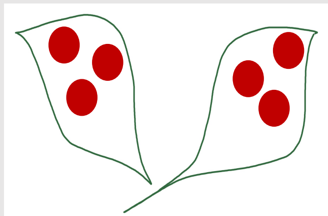
De quantas formas diferentes o consegues fazer?



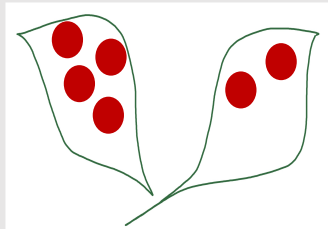
1+5



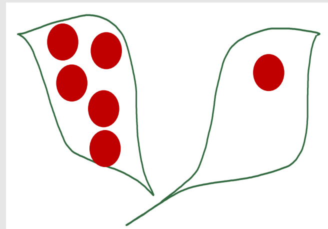
2+4



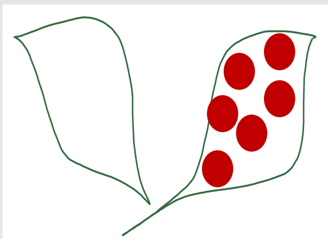
3+3



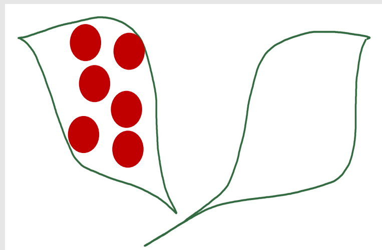
4+2



5+1



0+6



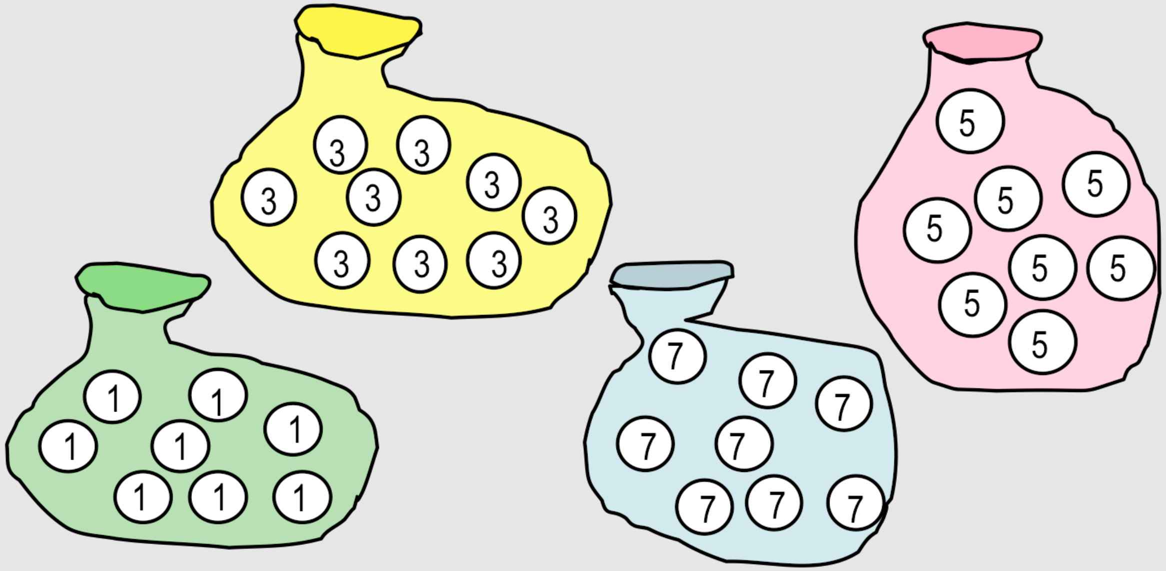
6+0

NÚMEROS E REGULARIDADES
ENSINO BÁSICO
curso breve creditado
para professores dos PALOP

Problema 5 — Sacos de berlindes

Em cada saco há uma grande quantidade de berlindes numerados.

Como tirar 10 berlindes de modo a que a soma dos números seja 37?



Expliquem todo o vosso raciocínio e os diferentes passos efetuados.

Problema 6 — Brincando com feijões

A Ana e o Rui estão a jogar com feijões. Cada um esconde alguns feijões na mão fechada, estendendo o braço. A Ana começa, tentando adivinhar se o número de feijões do Rui é par ou ímpar. Se acertar, o Rui dá-lhe os seus feijões; se errar, dá ela os seus ao Rui. De seguida, é a vez de o Rui tentar adivinhar. Ganha quem ficar com mais feijões.

Depois a Ana começou a pensar:

– *Se o meu número de feijões é par e o teu é ímpar e eu recolher tudo, fico com um número par ou ímpar?*

E o Rui disse:

– *Há bocado eu tinha um número par de feijões e tu deste-me um número par. Fiquei com par ou ímpar?*

Investiga esta situação. Podes colocar os feijões aos pares e verifica se sobra, ou não, algum sem par.

Bibliografia

Barros, M. G., & Palhares, P. (1997). Emergência da Matemática no Jardim-de-Infância. Porto Editora.

Boavida, A. M. R., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico.* DGIDC- ME.

Brocardo, J., Serrazina, L., & Rocha, I. (2008) (Org.). *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Escolar Editora.

Greeno, J. (1991). Numer sense as situated in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(3), 170-217.

Pimentel, T., Vale, I., Freire, F., Alvarenga, D., & Fão, A. (2010). *Matemática nos primeiros anos: Tarefas e desafios para a sala de aula*. Educação Hoje.

Serrazina, L. (2007) (Coord.). *Ensinar e aprender Matemática no 1º Ciclo.* Texto Editores.

Tavares, D. , Pinto, H., Menino, H., Rocha, I., Rodrigues, M., Rainho, N., Cadima, R., & Costa, R. (2019). *Desafios Matemáticos: 20 anos de problemas para os primeiros anos*. ESECS, Instituto Politécnico de Leiria.